

Sarrazy B. (2002). – Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers. (Dordrecht. Boston. London). 49. 89-117.

Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques

Bernard SARRAZY

Laboratoire DAEST

Didactique et Anthropologie des Enseignements des Sciences et Techniques

Université Victor Segalen Bordeaux 2

Summary

Cet article examine la question du lien entre les hétérogénéités pouvant caractériser un système didactique et l'enseignement des mathématiques. Trois types d'hétérogénéités sont d'abord définies : 1) *L'hétérogénéité exogène*: traits *a priori* de nature non-didactique comme, par exemple, la catégorie socioprofessionnelle d'origine des élèves ; 2) *L'hétérogénéité péri-didactique* : ensemble des caractéristiques liées aux acquisitions disciplinaires comme par exemple le "niveau scolaire des élèves en mathématiques" ; 3) *L'hétérogénéité didactique* est définie comme une création du système didactique permettant l'ajustement des exigences fixées par le curriculum aux contraintes effectives d'un système didactique particulier (niveaux des élèves, temps, niveau de difficulté des connaissances en jeu...). Sous ce modèle théorique, l'enseignement est envisagé comme un processus régulateur des hétérogénéités en vue d'une meilleure maîtrise des connaissances visées pour le plus grand nombre d'élèves.

Un premier groupe de résultats permet de réaffirmer le caractère spécifique des approches didactiques : pour les mathématiques, l'hétérogénéité péri-didactique n'est pas liée à l'hétérogénéité exogène – ce qui n'est pas le cas pour l'enseignement de la langue. Un deuxième groupe de résultats montre que plus les progrès réalisés par élèves sont importants, plus l'hétérogénéité s'accroît ; réciproquement, plus les progrès réalisés sont faibles plus l'hétérogénéité se réduit. Ainsi, le système didactique apparaît comme un système régulateur d'hétérogénéités : les connaissances s'y diffusent par déplacement des hétérogénéités initiales qu'il a lui-même générées (en les accroissant et en les réduisant selon le degré de difficulté initial des connaissances en jeu).

Cette recherche a porté sur 112 élèves ; 22 problèmes additifs (composition de deux transformations) ont été soumis aux élèves lors d'un pré-test, puis d'un post-test. Entre ces deux épreuves deux leçons ont été réalisées sur le calcul relationnel, dont les modalités d'organisation didactiques étaient au libre choix des professeurs.

Heterogeneities in Mathematics Teaching

Abstract

This article examines the question of the link between the heterogeneities that can characterise a didactic system and the teaching of mathematics. At the beginning, three types of heterogeneity were defined: 1) *Exogenous heterogeneity*: features that in principle are of non-didactic nature such as, for example, the socio-professional background of the pupils; 2) *Perididactic heterogeneity*: all the characteristics linked with the acquisition of the discipline, for example the "school level of the pupils in mathematics"; 3) *Didactic heterogeneity* was defined as a creation of the didactic system enabling the adjustment of the requirements set by the curriculum to the effective constraints of a particular didactic system (levels of the pupils, time, level of difficulty of the knowledge in question...). In this theoretical model, teaching is envisaged as a process that regulates these heterogeneities with a view to achieving better mastery of the target knowledge for the largest possible number of pupils.

A first set of results made it possible to restate the specific nature of didactic approaches: in mathematics, there is no link between perididactic and exogenous heterogeneity – which is not the case in language teaching. A second set of results showed that the greater the progress made by the pupils, the greater the heterogeneity; likewise, the less progress made, the greater the extent to which

heterogeneity was reduced. The didactic system thus appears to be a heterogeneity regulation system: knowledge is diffused within the system by displacement of the initial heterogeneities generated by the system itself (increasing or reducing them, depending on the initial degree of difficulty of the knowledge in question).

This study covered 112 pupils; 22 addition problems (composed of two transformations) were submitted to the pupils in tests carried out before and after. Between these two tests, two lessons were dispensed on the subject of relational arithmetic, in which the teachers were free to choose the modalities of didactic organisation.

1. INTRODUCTION

En France, comme dans d'autres pays¹, de la maternelle à l'université, la "gestion de l'hétérogénéité" est aujourd'hui une question vive pour les chercheurs, les formateurs et les professeurs². Elle est étroitement liée à celles, toutes aussi actuelles, de différenciation et de démocratisation : "différencier pour mieux gérer l'hétérogénéité afin de démocratiser", tel pourrait se formuler le leitmotiv actuel³. On ne saurait, bien sûr, être en désaccord avec un tel projet, et avec la finalité qu'il annonce. Mais, en amont de cette ambition, se pose la question, non moins fondamentale, du sens même qu'il convient d'accorder à la notion d'hétérogénéité. De quelle hétérogénéité est-il, ici ou là, question ? Peut-on l'observer directement, la décrire, la mesurer... ? Dans l'affirmative, a-t-elle des effets sur les acquisitions scolaires ou sur les pratiques d'enseignement des professeurs ? Bref, peut-on admettre d'emblée qu'elle constitue une sorte de fléau social qu'il conviendrait de réduire comme tend à le laisser croire aujourd'hui un certain nombre de discours publics ?

Pour intéressantes et actuelles que soient ces questions, ce ne sont pas celles qui nous préoccupent directement ici. Nous nous proposons d'engager une réflexion sur la notion même d'hétérogénéité lorsqu'on la rapporte à des phénomènes d'enseignement et, après avoir pris le risque d'une définition, d'étudier les rapports que cette notion peut entretenir avec l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

Dans un premier temps, nous nous proposons d'apprécier la consistance d'une conception de l'hétérogénéité qui réfère, plus ou moins implicitement, aux origines sociales ou culturelles des élèves – dimensions qui, *a priori*, n'entretiennent aucun lien immédiat avec les connaissances qu'ils doivent s'approprier. Dans un second temps, après avoir proposé une typologie des formes d'hétérogénéité (exogène, péri-didactique et didactique), nous examinerons les liens éventuels qui peuvent exister entre ces formes d'hétérogénéité et les acquisitions scolaires.

2. PROBLEMATIQUE

2.1. Une conception exogène de l'hétérogénéité

Si l'on est attentif à ce que disent les professeurs ou à la teneur des orientations ministérielles, la question de l'hétérogénéité est souvent associée à celle de différenciation pédagogique : la seconde constituerait un moyen de prévenir ou de réduire les effets engendrés par la première (la constitution de classes ou de groupes de niveaux en sont des exemples patents cf. Mingat, Duru-Bellat, 1997) ; cet extrait d'un supplément au Bulletin officiel de juin 1999 en témoigne :

" Il ne s'agit donc pas de renoncer aux classes hétérogènes mais de passer d'une hétérogénéité subie, parfois vécue comme laissant sombrer les uns et empêchant les autres d'avancer, à une hétérogénéité maîtrisée, tenant mieux compte des besoins de chaque élève, de ses rythmes, de ses centres d'intérêts, de ses lacunes et de ses points forts. Telle est, là où la mixité n'est plus d'usage, la condition de sa reconquête. [...]

Diversifier les méthodes d'enseignement réunit l'intérêt des élèves en difficulté et de ceux qui ne le sont pas, des collégiens qui ont du mal à suivre et de ceux qui excellent au collège. Aucune classe en réalité, fût-ce la plus 'homogène', ne constitue un

agrégat d'élèves uniformes calés, un an durant, sur les mêmes rythmes d'apprentissage et les mêmes raisons d'apprendre. Les méthodes d'enseignement doivent s'adapter davantage à cette réalité." (Ministère de l'Education Nationale: 1999)

La plupart des modèles de la différenciation pédagogique, aussi divers qu'ils puissent être, en apparence du moins, sous-tendent une même conception de l'enseignement :

a) L'élève y est le plus souvent appréhendé sous l'angle psychologique (on évoque, par exemple, ses " besoins ", ses " rythmes ", son style d'apprentissage...). Rappelons que les premiers modèles de la différenciation pédagogique se sont largement inspirés des travaux des béhavioristes – cf. par exemple, les travaux de B.S. Bloom sur la pédagogie de maîtrise rappelés par Legrand (1995, pp. 38-39, 95) et, depuis les années 80, de manière quelque peu paradoxale, ce sont les modèles cognitivistes et / ou différentialistes qui ont principalement guidé les théoriciens de la différenciation⁴.

b) Ensuite, l'enseignement lui-même ; bon nombre de propositions (Ponce, 1996 ; Ministère de l'éducation nationale, 1991), procèdent d'une conception de l'enseignement comme " processus-produit " (au sens de Doyle, 1986) dont on connaît aujourd'hui les insuffisances tant théoriques que praxéologiques (Doyle, *idem* ; Bru, 1991). Au nom de l'égalité des chances, il s'agirait de repérer certaines caractéristiques cognitives (ou conatives) des élèves afin de concevoir des formes d'organisation pédagogique adaptées aux types de population ainsi définies ; l'évaluation des résultats de l'enseignement permettrait, ensuite, de réguler les processus d'apprentissage. On comprend facilement l'importance prise par la psychologie dans l'élaboration de ces modèles (Ponce, *idem*) pour justifier du bien-fondé des propositions pédagogiques susceptibles de faire face aux difficultés (supposées) engendrées par ces hétérogénéités. Ces propositions ne sont pas restées sans effet : 47 % des écoles françaises ont constitué des sous-groupes à l'intérieur d'une même classe sur la base des capacités des élèves (Mariette, 1996) ; 80% des collèges publics possèdent au moins une classe de niveau⁵ (Duru-Bellat, Mingat, 1997) et, comme le souligne Desclaux (1996), l'enseignement différencié (*vs* l'enseignement traditionnel) apparaît aujourd'hui plus qu'hier comme un trait discriminant des profils d'enseignement. Cependant, les résultats relatifs à ces tentatives de réduction des inégalités scolaires fondées sur une réduction des hétérogénéités se sont avérés, dans l'ensemble, assez décevants (Grisay, 1994 ; Matéo, 1994 ; Mingat, Duru-Bellat, 1997 ; Zachary, 2001) : dans les " bonnes " classes, le rythme est plus rapide, la couverture des programmes plus grande, alors que dans les classes plus faibles, l'enseignant revoit à la baisse ses exigences : " La pire des choses est de mettre des faibles avec des faibles " résume Mingat (*id.*).

Ainsi s'est progressivement imposée l'idée d'une " conception exogène " de l'hétérogénéité largement dominante aujourd'hui, aussi bien dans les textes officiels (Ministère de l'éducation nationale, circulaire du 9/04/90) que dans les discours des professeurs eux-mêmes lorsqu'on les interroge sur l'origine des difficultés qu'ils rencontrent dans leur pratique d'enseignement. C'est cette conception que nous nous proposons d'examiner dans un premier temps.

2.2. Les formes de l'hétérogénéité

Nous l'avons dit, l'hétérogénéité est aujourd'hui un terme à la mode mais si le terme est souvent invoqué, il est plus rarement défini. L'examen de ses usages dans diverses publications (cf. note 1), permet de faire apparaître qu'elle est souvent présentée comme un obstacle ou une difficulté majeure et, en conséquence, le discours en direction des professeurs est davantage orienté par un souci d'une économie de l'hétérogénéité plus que par une réflexion sur les effets didactiques dont elle pourrait être comptable. La diversité de ces usages entretient du même coup un certain flou conceptuel responsable probablement de son extraordinaire diffusion. C'est la loi du genre : plus un concept est mal défini, plus son usage a tendance à se généraliser en percolant au sein de diverses communautés, et devient du même coup le creuset des idéologies ambiantes. Mais, pour inévitables que soient ces approximations, nous pensons qu'il convient d'être attentif à leurs effets sur les pratiques effectives des professeurs. En effet, il n'est pas déraisonnable de penser que ces discours publics sur l'hétérogénéité ne sont pas sans

conséquence sur les représentations que les professeurs peuvent se faire de leurs pratiques d'enseignement, des difficultés qu'ils identifient comme telles et, conséquemment, des moyens qu'ils peuvent envisager pour tenter de les traiter.

Aussi, prendrons-nous ici le risque de la définir. Pour ce faire, adoptons une méthode résolument pragmatique :

Sous quelles conditions un énoncé du type : " La classe de M. A. est-elle plus hétérogène⁶ que celle de M. B. " peut recevoir une signification ?

Si l'on envisage ces deux classes comme deux institutions composées d'élèves, c'est-à-dire des individus devant être enseignés et censés apprendre, alors ces deux classes ne diffèrent pas l'une de l'autre et peuvent donc être considérées, *de ce point de vue*, comme homogènes : elles sont de la même nature.

Imaginons maintenant que la classe de M. A soit composée de 70 élèves et que celle de M. B n'en compte que 16 ; supposons que les 70 élèves de M. A soient des garçons dont la taille varie de 1,10 m à 1,80 m et que dans la classe de M. B soit composée d'autant de garçons que de filles et qu'ils soient tous exactement de la même taille (1,80 m). Peut-on ici *directement* répondre à notre question initiale ? Qu'en serait-il si ces deux professeurs enseignaient le basket ? Les mathématiques ?

Pour caricatural qu'il soit, cet exemple permet toutefois de mettre en évidence un certain nombre d'opérations impliquées, implicitement, par l'usage de la notion d'hétérogénéité.

1) L'hétérogénéité n'est pas une propriété intrinsèque et naturelle d'un système : elle est toujours et nécessairement une construction finalisée d'un observateur, ou, plus généralement, de celui qui porte un jugement sur le système considéré. Même s'il est possible de l'objectiver, voire même de la mesurer, la caractéristique sur laquelle elle porte (la taille, le genre...) est résolument orientée par une finalité explicite ou tacitement admise. Par exemple, une classe peut être jugée hétérogène par tel enseignant et non par tel autre selon les critères retenus par l'un ou par l'autre. Un maître d'une classe unique (avec 5 niveaux) peut, par exemple, ne pas considérer sa classe comme hétérogène alors qu'un autre, exerçant dans une classe à un seul niveau, peut très bien porter un jugement inverse sur sa propre classe, en considérant qu'il lui est impossible d'envisager un enseignement qui puisse bénéficier à l'ensemble de ses élèves. / Hétérogénéité / bien qu'ayant la même signification dans ces deux situations, n'a pas le même sens – de la même façon que le mot / forêt / ne peut pas avoir le même sens pour le promeneur et pour le bûcheron.

2) Ni seuil, ni plafond : l'hétérogénéité est un concept quasi fractal ; cette seconde propriété est une conséquence directe de la précédente : dans un système considéré, d'un point de vue, comme homogène, il est toujours possible d'identifier des éléments de nature différente. En effet, c'est toujours à partir de la similarité entre des éléments d'un système et de leurs différences avec d'autres qu'une hétérogénéité peut être établie – ils se ressemblent suffisamment pour être opposés à d'autres.

3) L'hétérogénéité en tant que propriété attribuée à un système suppose donc de la part de celui qui la décrète une sensibilité discriminative pour l'identifier : par exemple, l'ensemble des élèves ayant échoué à un exercice est, du point de vue du critère de l'" exactitude / fausseté ", un ensemble homogène, mais ne le sera plus dès lors qu'on identifie dans l'ensemble de ces réponses des types d'erreurs. Pour donner une image de ce que nous voulons désigner par " sensibilité discriminative ", songeons, dans un tout autre domaine, à la difficulté que nous rencontrons parfois pour discerner deux visages d'une même civilisation qui ne nous est pas familière, ou encore notre embarras lorsqu'il s'agit de repérer le timbre d'instruments dont la sonorité ne nous est pas coutumière.

4) Enfin, l'hétérogénéité est un acte performatif (au plein sens de Austin, 1970) qui tend à naturaliser les différences qu'elle décrète. Mais, nous l'avons vu, elle n'est ni homogène, ni absolue : la forme plurielle (les " hétérogénéités ") qui n'existe pas en langue française serait beaucoup plus appropriée pour désigner ce que ce concept recouvre. Compte tenu des remarques précédentes, conserver le singulier procéderait d'un réalisme naïf qui, pour reprendre ici l'expression de Wittgenstein, peut conduire insidieusement du substantif à la substance. Ainsi, l'hétérogénéité correspond à *un* point de vue sur un système qui, s'ignorant comme tel, peut parfois conduire à des idéologies dont les effets

qu'elles engendrent peuvent être parfois regrettables – comme c'est parfois le cas dans le champ scolaire (les nombreux travaux de P. Bourdieu sont à cet égard exemplaires, ou encore les travaux déjà cités de Mingat, Duru-Bellat, 1997).

C'est sur la base de ces quatre remarques, que nous proposons maintenant de distinguer trois grands types d'hétérogénéité :

a.) *L'hétérogénéité exogène*

Elle recouvre l'ensemble des traits *a priori* de nature non-didactique, en tant qu'ils n'entretiennent aucun lien directement identifiable avec le fonctionnement ou la diffusion des connaissances, mais à partir desquels on peut évaluer l'hétérogénéité d'une population d'élèves. On rangera dans cette classe des variables telles que le sexe, la catégorie socioprofessionnelle d'origine, la taille des élèves ou la couleur de leurs yeux, les pratiques d'éducation de leurs parents, leur nationalité, leur croyance religieuse... Cette hétérogénéité exogène relève de ce que nous avons appelé par ailleurs les conditions non-didactiques (Sarrazy, 2001) c'est-à-dire toutes conditions non identifiées dans un modèle didactique, mais pouvant engendrer des effets didactiques par lesquels elles se manifesteront. (Par exemple, les habitus linguistiques familiaux, déterminant la manière de s'inscrire dans un champ discursif peuvent permettre d'expliquer les différences de participation des élèves dans le champ scolaire qui, à leur tour, peuvent engendrer des effets didactiques – in Stubbs, 1983 ; Sarrazy, 2001b).

b.) *L'hétérogénéité péri-didactique*

Nous définirons ce second type hétérogénéité comme un ensemble de caractéristiques repérables en liaison avec les acquisitions réalisées dans une discipline donnée. C'est par exemple le cas de ce qu'on appelle le " niveau scolaire des élèves " ⁷ ; nous pourrions aussi y ranger les résultats à un test de connaissances, mais aussi " l'estime de soi scolaire " des élèves (" Je suis bon / mauvais en mathématiques "), les jugements ou les appréciations des professeurs relativement aux compétences de leurs élèves... L'hétérogénéité péri-didactique d'une population peut être estimée par la dispersion de la distribution des résultats d'un test de connaissance, d'une batterie d'exercices, de réponses à un questionnaire, d'une évaluation réalisée par un professeur, etc. Comme l'hétérogénéité exogène, elle peut engendrer des effets didactiques mais ni nécessairement, ni directement. Plus généralement, cette hétérogénéité est à considérer comme le produit de divers traitements didactiques.

c.) *L'hétérogénéité didactique*

Pour définir ce type d'hétérogénéité, examinons en quoi consiste, du point de vue de l'hétérogénéité, une action d'enseignement.

Toute action d'enseignement est orientée par la volonté du professeur de permettre une avancée des connaissances pour le plus grand nombre d'élèves, dans un temps nécessairement limité. Cette avancée est observable par une diminution des erreurs des élèves dans diverses situations, autrement dit par une réduction manifeste de l'hétérogénéité des décisions, des réponses... d'une proportion d'élèves considérée comme acceptable pour le professeur. A terme, cette volonté de réduction de l'hétérogénéité initiale se marque par l'*institutionnalisation* par laquelle le professeur " définit les rapports que peuvent avoir les comportements ou les productions 'libres' de l'élève avec le savoir culturel ou scientifique et avec le projet didactique : il donne une lecture de ces activités et leur donne un statut. [...] *Les situations d'institutionnalisation sont celles par lesquelles on fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance ou d'un savoir.* " (Brousseau, 1997 c'est nous qui soulignons).

Si l'on examine maintenant cette visée du professeur du double point de vue de l'hétérogénéité didactique (l'enseignement a-t-il permis une appropriation des savoirs pour le plus grand nombre d'élèves ?) et de la réduction des hétérogénéités péri-didactiques (cet avancement est-il également réparti selon les niveaux scolaires des élèves ?), alors ces interrogations peuvent conduire les professeurs à un dilemme (et c'est souvent le cas) qui se pose de façon douloureuse, en terme de désirs contradictoires : faire avancer le savoir sans abandonner certains élèves dans cette aventure⁸.

Examinons cette question plus en détail⁹ :

1. Toute action didactique trouve sa raison d'être dans une hétérogénéité initiale entre deux institutions : le professeur sait ; l'élève est, par définition, celui qui ne sait pas. La volonté de réduction de cette hétérogénéité (péri-didactique) se manifeste par un ensemble d'actions, de décisions et de dispositifs visant à faire naître ou à transformer les rapports des élèves à des situations dont la maîtrise nécessite des élèves la construction ou la modification de connaissances mathématiques (ainsi, la réduction de l'hétérogénéité initiale se manifestera par une réduction de l'incertitude – ou de l'entropie – attachée à leurs décisions dans ces situations).
2. L'ensemble des rapports privés des élèves à ces objets mathématiques est, *de facto*, hétérogène du fait des " hétérogénéités péri-didactiques " ou exogènes : les différences de trajectoires scolaires, d'intérêts, de niveaux scolaires... Les élèves ne sont pas également armés lorsqu'ils abordent les situations scolaires.
3. Hormis l'enseignement, le professeur ne dispose d'aucun autre moyen d'action raisonnable pour traiter *directement* cette hétérogénéité péri-didactique – sauf à envisager la possibilité du préceptorat, autrement dit d'une individualisation radicale qui, on en conviendra, ne saurait être envisagée dès lors qu'on examine ces phénomènes dans le champ scolaire. Les professeurs peuvent en revanche utiliser cette hétérogénéité péri-didactique comme un instrument d'enseignement : c'est le cas, par exemple, dans leur manière d'orchestrer les interactions verbales. Comme nous avons pu le montrer par ailleurs (Sarrazy, 2001), elles constituent de véritables instruments didactiques qui, pour certains professeurs, leur permettent de faire avancer le temps didactique en interrogeant un " bon élève " ou pour d'autres, d'enseigner en rectifiant publiquement l'erreur d'un plus faible.
4. L'action didactique du professeur nécessite d'abord de rendre manifeste (en l'optimisant) cette hétérogénéité initiale. En effet, une leçon trop ambitieuse risque d'être trop difficile pour une proportion importante d'élèves ; inversement, une leçon trop simple ne serait, pour le professeur, pas plus acceptable en tant qu'elle étendrait dangereusement le temps didactique – nécessairement limité. En d'autres termes, quel que soit le niveau d'enseignement ou le niveau initial de la classe (élevé, faible...), le professeur doit nécessairement ajuster les exigences définies par le projet social d'enseignement fixé par les programmes, aux contraintes effectives (en termes de niveau, de temps...) de sa classe. Par exemple, que ce soit dans les classes préparatoires¹⁰ aux grandes écoles qui réunissent pourtant des élèves jugés comme d'excellents élèves, ou au contraire, dans des classes faibles, il y aura toujours et nécessairement des individus qui seront affectés dans les positions didactiques des " bons élèves " et des " élèves faibles ". En effet, ces différenciations sont, selon nous, à considérer davantage comme des positions *a priori* et nécessaires au fonctionnement des systèmes didactiques et non, comme elles sont parfois envisagées, comme des catégories psychologiques. Sur ce dernier aspect, on peut aussi se reporter à la recherche de Y. Chevallard (1986) sur l'analyse didactique des distributions des notes de copies de mathématiques, où il montre bien comment les variations des moyennes et des variances permettent au professeur de négocier le contrat et son avancement avec sa classe.)

Ainsi le professeur est-il conduit à réunir des conditions susceptibles d'optimiser l'entropie relative aux connaissances visées par son enseignement. Cette optimisation remplit plusieurs fonctions :

- a) elle lui permet d'ajuster le cadre de son action en fonction à la fois de ses propres exigences didactiques, des exigences institutionnelles et de ce qu'il pense être raisonnablement traitable par le " groupe classe " ;
 - b) elle constitue en cela un instrument de négociation du contrat didactique¹¹ en tant qu'elle permet de rendre manifeste, pour les élèves, un certain nombre d'incertitudes quant à l'efficacité de leurs connaissances initiales (Chevallard, *id.*).
5. Enfin, son action d'enseignement consistera à réduire cette hétérogénéité initiale (réduction identifiable par une meilleure maîtrise des connaissances visées pour le plus grand nombre d'élèves) puis d'en créer une nouvelle par un déplacement des exigences contractuelles.

C'est à cette dynamique, qui traduit à la fois l'avancée des connaissances pour une proportion acceptable d'élèves et le déplacement des exigences contractuelles, que nous réserverons le terme

d'hétérogénéité didactique. C'est donc à partir de l'étude des phénomènes de déplacement et de réduction des hétérogénéités péri-didactiques (les transformations des dispersions – ou des entropies – des distributions des résultats à des tests de connaissances) que nous pourrions examiner la question de l'hétérogénéité didactique. Ainsi, sous ce cadre théorique, l'hétérogénéité didactique est, contrairement aux deux autres types, envisagée ici comme une variable dynamique et régulée. Il convient maintenant de mettre à l'épreuve de la contingence les hypothèses attachées à ce cadrage.

3. PLAN EXPERIMENTAL

3.1. La population étudiée

L'expérience a porté sur un échantillon représentatif de la population française ($\chi^2_{csp} = 3,27$ avec ddl = 2 ; n.s.) de 112 élèves répartis sur 7 classes de l'école élémentaire (CM1 : 9-10 ans). Le niveau scolaire des élèves en mathématiques et en français a été évalué par l'application du TAS (*Test d'acquisition scolaire*, Benat, 1982). Ces scores ont ensuite été répartis dans trois classes correspondant aux indications fournies par les concepteurs de l'épreuve : " Bon " : la note (x) au TAS est comprise entre [8 ; 10] ; " Moyen " : x ? [5,5 ; 8[; " Faible " : x ? [0 ; 5,5[. – précisons que les jugements portés par les professeurs sur le niveau de leurs élèves (sur 3 modalités : " bons ", " moyens " et " faibles ") et notre propre estimation sont fortement liés (χ^2 ; s. ; p < .001).

3.2. Conditions de l'observation

Afin de standardiser au mieux les conditions de l'observation et que celles-ci soient aussi proches que possible des conditions habituelles d'enseignement des professeurs, nous avons négocié un même thème de leçon, et le temps de l'observation (2 leçons d'une heure – cette durée est apparue très raisonnable pour l'ensemble des 7 professeurs). Ces leçons ont été précédées d'un pré-test et suivies d'un post-test afin d'évaluer leurs effets didactiques.

3.3. Choix de l'objet d'enseignement

L'objet d'enseignement devait présenter un caractère de nouveauté afin de pouvoir identifier raisonnablement les phénomènes de réduction de l'hétérogénéité didactique.

Deux contraintes ont orienté le choix du thème de ces deux leçons. Les connaissances en jeu devaient être compatibles d'une part avec le niveau de conceptualisation d'élèves de 9-10 ans et d'autre part, elles ne devaient pas avoir déjà été traitées par les enseignants afin d'éviter, sinon de limiter, des effets éventuels, non contrôlables, de la mémoire didactique de la classe (Brousseau, Centeno, 1991).

C'est la quatrième structure additive de la typologie élaborée par Vergnaud (in Vergnaud, Durand, 1976 ; Vergnaud, 1982, 1983) que nous avons retenue, car elle permettait de réunir les deux contraintes méthodologiques énoncées ci-dessus.

Cette structure présente la particularité de ne mettre en jeu que des transformations positives ou négatives (" gagner " ou " perdre ") sans qu'aucune indication ne soit fournie sur l'état numérique initial – d'où son appellation : " TTT " (" 1^{ère} transformation – 2^{ème} transformation - transformation composée "). Nous donnons ci-après un exemple de ce type de problème :

Elodie joue deux parties de billes.

Elle joue une partie. A la seconde partie, elle perd 4 billes. Après les deux parties, elle a gagné 6 billes.

Que s'est-il passé à la 1^{ère} partie ?

[Notation : **XP4G6** : **X** (inconnue) **P4** (perte de 4 billes à la 2^{ème} partie) **G6** (gain total de 6 billes). Réponse : *elle a gagné 10 billes en tout (+6) - (-4) = +10*]

Le pré-test et le post-test réunissaient 22 problèmes TTT, correspondant quasiment à l'ensemble des 24 problèmes réalisables sur cette structure – avec deux nombres, inférieurs à 10 – ces 22 problèmes sont consultables en annexe.

Ces problèmes sont de difficulté fort variable selon la place de l'inconnue (qui peut être : la 1^{ère} transformation, la 2^{ème} transformation ou la transformation composée), et selon que les transformations sont de même signe ou de signe contraire. Par exemple, le problème " Elodie " (ci-dessus) s'avère très difficile pour des élèves de 9-10 ans alors que le problème " Yoann " (G6P4X) (présenté ci-dessous) s'avère beaucoup plus facile pour ces mêmes élèves – bien qu'une proportion non négligeable d'élèves produise une réponse erronée en terme d'état " Il a 2 billes en tout " au lieu de " Il a gagné 2 billes en tout ".

Enfin, précisons que les professeurs n'ont eu accès au protocole d'évaluation qu'au moment du post-test afin de ne pas influencer d'une quelconque manière le scénario de leur leçon – cette clause avait été préalablement négociée dans le contrat de recherche.

3.4. Codage des réponses des élèves

Les réponses des élèves ont été codées sur quatre modalités. Le tableau ci-après détaille ces 4 types de réponses correspondant au problème *Yoann* (ci-après) et présente, pour chacune des 4 modalités définies, un exemple de réponse :

Yoann joue deux parties de billes.

Il joue une première partie et gagne 6 billes. A la seconde partie, il perd 4 billes.

Que s'est-il passé en tout ?

[G6P4X : Réponse : il a gagné 2 billes en tout (+6) + (-4) = +2]

Type	Description	Exemple de réponses
1	réponse exacte	Il a gagné 2 billes.
2	L'élève utilise des termes relationnels mais commet une erreur soit sur le signe de la transformation soit sur son intensité	Il a perdu 2 billes. Il a gagné 10 billes
3	L'élève répond en terme d'état.	Il a (lui reste) maintenant 2 billes.
4	Non réponse ou paraphrase l'énoncé.	" Je ne sais pas "

4. RESULTATS ET COMMENTAIRES

L'entropie comme mesure de l'hétérogénéité

L'évaluation des hétérogénéités exogènes et péri-didactiques nécessite l'usage d'un instrument statistique permettant d'estimer la dispersion de la distribution d'une variable donnée. Dans les traitements qui nous ont permis d'établir les résultats que nous allons présenter, c'est l'entropie (H) que nous avons retenue comme mesure de l'hétérogénéité :

$$H = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i \log_2 \frac{n_i}{N}$$

Avec

N : effectif de l'échantillon ;

n_i : effectifs respectifs des modalités i d'une variable à k modalités.

Le recours à cet indice se justifie à la fois pour des raisons statistiques et sémantiques :

Raisons statistiques

La plupart des variables ici manipulées n'ont de sens que sur des échelles catégorielles (comme par exemple le niveau d'étude des parents ou la catégorie socioprofessionnelle) ou ordinales (lorsqu'elles ne se distribuaient pas normalement). Aussi, la variance ou l'écart type, habituellement utilisés comme mesure de la dispersion d'une distribution, ne pouvaient ici être retenus.

Rappelons que l'entropie est la mesure du degré d'incertitude associé à l'apparition d'un individu dans une série statistique ; plus un groupe est hétérogène plus la valeur de H est importante.

Remarque : lorsque les conditions d'utilisation de l'écart type (?) seront réunies (distribution normale d'une variable numérique) nous l'utiliserons comme mesure de l'hétérogénéité.

Raisons sémantiques

Rappelons que nous cherchons à étudier les liens entre des types d'hétérogénéité et non à estimer les effets éventuellement attachés à telle ou telle caractéristique qualitative d'un échantillon (classe faible/forte, classe composée d'élèves issus de milieu socio favorisé/défavorisé...).

Donnons un exemple rapide pour préciser clairement la signification de cette mesure :

Imaginons que nous cherchions à évaluer l'hétérogénéité des distributions de l'origine socioprofessionnelle des élèves (favorisée, moyenne et défavorisée) de 4 classes de même effectif :

Classes	Catégorie socioprofessionnelle				H
	FAVORISEE	MOYENNE	DEFAVORISEE	??	
1	8	8	8	24	1.58
2	24	0	0	24	0
3	12	10	2	24	1.33
4	2	12	10	24	1.33

Imaginons qu'un élève nouveau arrive dans la classe 1 et un autre dans la classe 2 :

- ? pour la classe 1 : l'incertitude attachée à son origine socio-professionnelle serait maximale ;
- ? pour la classe 2 : la probabilité que cet élève appartienne à une classe favorisée est très élevée (l'entropie est nulle) ;

Remarquons enfin l'égalité des entropies des classes 3 et 4, bien que la qualité de leur distribution soit fort différente. Ainsi, deux distributions dont les profils diffèrent fortement (une classe de niveau très élevé et une autre de niveau très faible par exemple) peuvent parfaitement présenter la même entropie (ce n'est pas le niveau que nous mesurons mais leur dispersion).

4.1. Hétérogénéité exogène et hétérogénéité péri-didactique

Dans le tableau 1, ci-après, nous avons reporté :

1. les distributions des indices H correspondant à la mesure des entropies pour les 7 classes relativement à la catégorie socioprofessionnelle et au niveau d'étude des familles des élèves sur l'ensemble des 7 classes (hétérogénéité exogène) ;
2. la distribution des indices d'entropie relativement aux hétérogénéités péri-didactiques (en français et en mathématiques).

Tableau 1 – *Distribution des mesures des hétérogénéités (H) exogènes et endogènes sur les 7 classes*

Classes	H exogène		H endogène	
	HCSP	H NET	H FRA	H MAT
1	1,433	1,384	1,471	1,524
2	1,420	1,549	1,526	1,460
3	1,572	1,585	1,459	1,224
4	1,300	1,547	1,352	1,224
5	1,189	0,817	0,980	1,252
6	1,383	1,447	1,522	1,522
7	1,506	1,242	1,566	1,429

CODAGE DES VARIABLES

? **CSP** : catégorie socioprofessionnelle d'origine

Les 3 modalités de cette variable ont été définies sur la base des données de l' INSEE, " Fam-1 : Caractéristiques des familles : catégorie socioprofessionnelle de la personne de référence ", Recensement de la population de 1990 - dépouillement au quart, Doc. dactyl., copyright INSEE 1990.

? **NET** : niveau d'étude des parents

Trois modalités ont été retenues : NET1 : Regroupe les études supérieures au BAC ; NET2 : Etudes secondaires avec ou sans BAC ; NET3 : Niveau d'études primaires, collège ou études professionnelles d'ouvrier ou d'employé. Population parente : source : INSEE, " Population de 15 ans ou plus par sexe, âge et diplôme ", Recensement de la population de 1990 — dépouillement au quart, Doc. dactyl., copyright INSEE 1990.

? **FRA** : niveau scolaire en français (TAS)

? **MAT** : niveau scolaire en mathématiques (TAS)

Evaluons maintenant la dépendance entre ces deux distributions : hétérogénéités exogènes et l'hétérogénéité péri-didactique (en mathématiques et en français). Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 2 — *Hétérogénéités exogène/ péri-didactique*

Corrélations totales (coefficient r de Bravais-Pearson)

	H.CSP	H.NET	H.FRA
H.NET	.607	–	–
H.FRA	.804 *	.759 *	–
H.MAT	.236	.136	.585

($ddl = 5$) * sign., prob. < .05 ** sign., prob. < .02 *** sign., prob. < .01

Si la valeur r n'est suivie d'aucune étoile : non significatif

Ces premiers résultats permettent d'affirmer :

1. l'existence d'un lien entre les hétérogénéités exogènes (niveaux d'étude et catégorie-socioprofessionnelles des familles) et les hétérogénéités péri-didactiques (distribution des niveaux

scolaires français ($r = .80$; $p. < .05$ pour la CSP et $r = .76$; $p. < .05$ pour le niveau d'étude des parents) ;

2. en revanche, on ne peut pas soutenir que ces deux types d'hétérogénéité soient liés pour ce qui concerne les mathématiques ($r = .24$ pour la CSP et $r = .14$ pour le niveau d'étude des familles).

Comme nous pouvons le lire dans le tableau 3 ci-après, les variables en présence sont fortement liées entre elles ; il convient donc de s'assurer du maintien de ces résultats en calculant les coefficients de corrélation partielle¹² afin d'éliminer l'effet des autres variables. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.

Tableau 3 — *Liaison des variables en présence*
Chi-deux de Pearson

	CSP	NET	FRA
Maths	13.67 ***	18.16 ***	41.71 ***
Français	10.98 **	9.73 *	—

* sign., prob. < .004 ** sign., prob. < .002 *** sign., prob. < .001 (dll =4)

Tableau 4 — *Hétérogénéités exogène/ péri-didactique*
Corrélations partielles (probabilité bilatérale)

	H.MAT	H.CSP	H.FRA
H.CSP	-.498	—	—
H.FRA	.684	.845 **	—

* sign., prob. < .05 ** sign., prob. < .02 *** sign., prob. < .01 (dll =5)

Aucune étoile : non significatif

Commentaire

En ce qui concerne les mathématiques, l'hétérogénéité des niveaux scolaires n'est pas liée à l'hétérogénéité des origines socioprofessionnelles des élèves, aussi, il serait imprudent de prétendre expliquer la première par la seconde. En revanche, ce qui est vrai pour les mathématiques ne l'est pas pour le français : ici, l'hétérogénéité exogène est fortement associée à la variété des acquisitions linguistiques des élèves ($r = .845$; $s. ; p. < .01$). Bien entendu, ce dernier résultat n'implique pas qu'il suffirait de constituer des classes de niveaux homogènes pour optimiser les acquisitions linguistiques des élèves, car comme le souligne P. Bressoux :

" L'hétérogénéité de la classe [définie en terme de niveaux] [...] apparaît comme un facteur favorable à la progression des élèves en français. Ainsi, l'opinion souvent émise selon laquelle il faudrait des classes de niveau homogène pour que les progressions des élèves soient optimisées s'avère clairement démentie par les faits " (Bressoux, 1990, p. 22)

Les différences enregistrées ici, entre les mathématiques et le français, pourraient s'expliquer par la faible proportion de pratiques sociales (non scolaires) des mathématiques, alors que ce n'est pas le cas pour ce qui concerne la langue maternelle, comme le soulignent les didacticiens de la langue maternelle :

" Certaines difficultés rencontrées au collège, notamment dans le domaine de la compréhension écrite, sont corrélées au refus conscient ou inconscient des règles [scolaires] de cet usage particulier du langage, si éloigné de l'expérience langagière fondamentale, et plus éloignée encore si l'élève appartient à un milieu social dont l'acculturation à l'écrit ne correspond pas aux normes attendues de l'institution scolaire. " (Dabène, 1997, p. 6)

Ainsi, on pourrait avancer l'idée que la réussite en mathématiques, contrairement à la réussite en français, est beaucoup moins sensible aux différences socioculturelles. En tout état de cause, nos résultats ne permettent pas d'infirmier le contraire. Aussi, pourrait-on alors interroger le bien-fondé de certaines propositions de remédiations aux difficultés que les élèves rencontrent dans l'enseignement des mathématiques, fondées, le plus souvent, sur des régulations de type langagier – comme, par exemple, apprendre à lire un énoncé de problème ; une consigne... (Cf. Sarrazy, 1997). Ne prend-on pas ainsi le risque d'obtenir des effets inverses à ceux qui sont initialement et explicitement recherchés ?

Enfin ces résultats permettent de réaffirmer, une fois de plus, l'importance qu'il convient d'accorder aux différents types de savoirs en jeu dans une situation d'enseignement et au caractère spécifique des recherches en didactique : les questions relatives à l'enseignement, de la langue ne peuvent pas se poser de la même manière (et se traiter selon les mêmes méthodes ou avec les mêmes instruments théoriques) que celles concernant l'enseignement des mathématiques. On peut donc légitimement s'interroger sur le bien-fondé des propositions qui sont avancées en direction des professeurs, relatives à la gestion de l'hétérogénéité et à la différenciation pédagogique, qui procèdent en large part d'une conception exogène de l'hétérogénéité et qui, le plus souvent, sont disciplinairement indifférenciées.

5. ENSEIGNEMENT, APPRENTISSAGE ET HETEROGENEITE DIDACTIQUE

Sous le cadre théorique avancé (cf. § 2.2 (c)), nous faisons l'hypothèse selon laquelle la diffusion des connaissances dans un système didactique – mesurable par l'élévation du niveau moyen des performances – peut, selon les degrés de difficulté initiaux des connaissances en jeu, réduire, ou au contraire, accroître les hétérogénéités initiales. En d'autres termes, l'enseignement produirait des sortes de déplacements des hétérogénéités en fonction du degré de difficulté des connaissances en jeu.

Résultats et commentaires

1. Un premier résultat (tab. 5a) montre que les élèves ne profitent pas tous également de l'enseignement : ce sont les élèves de niveau élevé et de niveau moyen qui en bénéficient le plus ;
2. Parmi les élèves dont les progrès sont significatifs (les bons et les moyens), ce sont ceux qui ont le moins bien réussi au pré-test, qui progressent le plus au post-test (et inversement) : on enregistre en effet une forte corrélation entre le niveau de réussite au pré-test et les gains enregistrés au post-test (bons élèves ? = -0,776 ; s. p. < .0001 – élèves moyens ? = -0,729 ; s. p. < .0001 – cf. tab. 5b). Ce n'est pas le cas pour les élèves faibles. On peut voir dans ce résultat un indice de la régulation de l'hétérogénéité didactique produite par l'enseignement.

Si ces deux résultats ne sont ni vraiment nouveaux, ni vraiment étonnants, ils permettent toutefois de montrer que l'enseignement n'est efficace¹³ qu'à partir d'un seuil de compétence initial (rappelons que le coefficient de corrélation n'est significatif que pour les bons élèves et les élèves moyens) ; ce seuil, nous l'avons discuté (Cf. § sur l'hétérogénéité didactique), est fixé par le professeur (tab. 5b) – on pourrait le comparer à, ce que A. Marchive (1997) en référence à Vygotski, appelle " zone proximale d'enseignement " dans laquelle le professeur peut raisonnablement enseigner.

Tableau 5a — Moyenne des gains au post test pour chacun des 3 niveaux scolaires (N = 112)

	Bons	Moyens	Faibles
Effectif	32	48	32
m	4.45	6.55	2.32

Tableau 5b — Seuil d'hétérogénéité : corrélation des réussites pré-test / gain ? de Spearman n = 22 ddl = 20

	Niveau scolaire		
	Bons	Moyen	Faibles
?	-0,776	-0,729	-0,316
t	5,50	4,77	1,49
prob.	2.10 ⁻⁵	.0001	.15

? : valeur du coefficient de corrélation par rang (rôle de Spearman)
 ? t : valeur du t de Student (évaluation de la signification de ?)
 ? prob. : seuil de risque

Les résultats présentés dans le tableau suivant (tab. 6) permettent de confirmer et de préciser les résultats précédents :

Tableau 6 — Degrés de difficulté initiaux et création/ réduction de l'hétérogénéité – Corrélation m / ? sur l'ensemble des 7 classes

	Degrés de difficultés (% des réussites au pré-test)			
	[100 ; 75]	[75 ; 50]	[50 ; 25]	[25 ; 0]
Post-test	- .87 ***	- .04	.41	.83 **

* sign., prob. < .05 ** sign., prob. < .01 *** sign., prob. < .001
 Aucune étoile : non significatif

- ? pour des problèmes " faciles " (c'est-à-dire dont la réussite au pré-test est supérieure à 75 %) on observe une corrélation négative fortement significative (? = - 0,87 ; s. ; p. < .001) entre l'élévation du niveau de réussite et la variabilité de ces réussites : lorsque le degré de difficulté initial est moindre (sans pour autant être trivial) ; pour prendre une métaphore cycliste : le peloton se resserre.
- ? en revanche, lorsque le degré de difficulté initial est élevé, c'est-à-dire pour un taux de réussite inférieur à 25 % au pré-test, l'élévation du niveau au post-test s'accompagne d'un accroissement de l'hétérogénéité (? = + 0,83 ; s. ; p. < .01) : plus la classe progresse sur ce type de problème, plus l'hétérogénéité s'accroît. Pour continuer à filer la métaphore, on pourrait dire que dès que le degré de la pente s'accroît, le peloton s'étend.

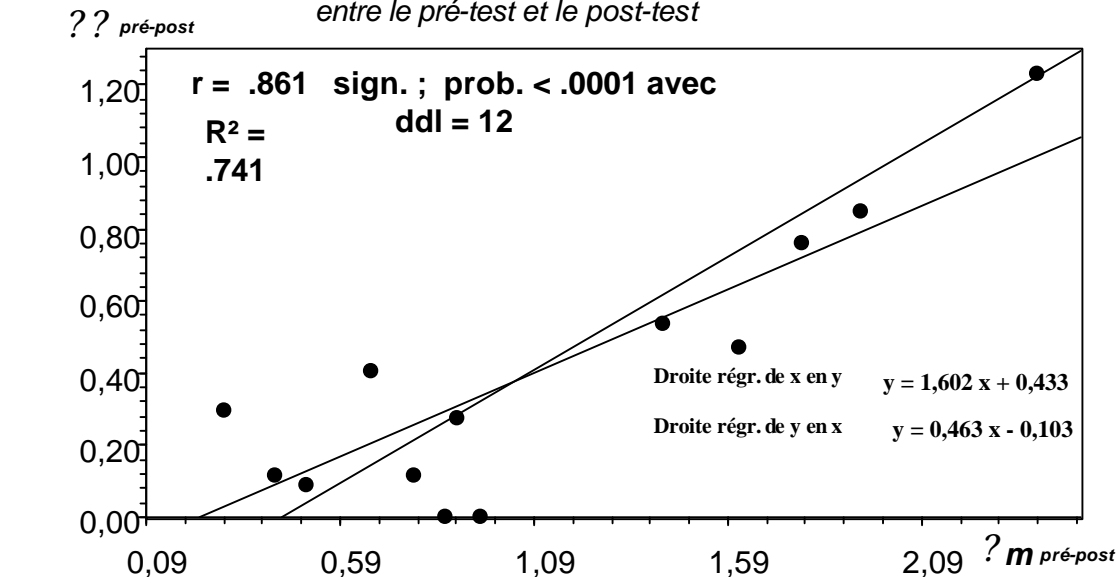
Ainsi, au vu de ces résultats, il n'est pas déraisonnable d'avancer l'idée selon laquelle l'enseignement permettrait de réguler les hétérogénéités initiales, et de les déplacer par le jeu de leurs accroissements et de leurs réductions selon le degré de difficulté initial. Comme nous pouvons le lire dans la figure 1

ci-après, pour les 14 problèmes les moins bien réussis au pré-test (c'est-à-dire dont la réussite initiale est inférieure à 50 %, ce qui justifie donc une action didactique), et pour lesquels les progrès s'avèrent statistiquement significatifs¹⁴ – malgré les différences d'efficacité entre les 7 classes observées¹⁵ – plus les progrès réalisés ($?_m \text{ post-pré}$) sont élevés (autrement dit, plus les élèves progressent), plus l'hétérogénéité s'accroît ($?_? \text{ post-pré}$); réciproquement, plus les progrès réalisés sont faibles plus l'hétérogénéité se réduit.

Notons enfin, que les trois-quarts des variations de l'hétérogénéité entre le pré-test et le post-test sont expliqués par l'élévation du niveau moyen de réussite ($R^2 = .74$).

Figure 1 — Apprentissage et création d'hétérogénéité

Corrélation (*) des écarts des moyennes et des écarts types entre le pré-test et le post-test



(*) Calculée sur les 14 problèmes TTT les plus difficiles au pré-test : la fréquence des réussites est inférieure à 50% au pré-test et pour lesquels les progrès sont significatifs au seuil minimum de 5% (méthode de l'écart réduit, échantillons appariés)

Les gains de connaissances se paient en gain d'hétérogénéité (du fait principalement de la progression des bons élèves et des élèves moyens – cf. tab. 5a et 5b) : l'hétérogénéité initiale (celle que nous observons au pré-test) s'accroît (cf. tab. 7a ci-après). Ainsi, le savoir avancerait donc par déplacement des hétérogénéités initiales. En effet, si l'on examine les distributions des entropies des 14 problèmes les moins bien réussis au pré-test, on observe une augmentation significative de l'hétérogénéité au post-test [t de Student (échantillons appariés) : $t = 3.95$; s. $p < .001$ – tab. 7a]. Ce phénomène s'inverse (moins nettement, $p < .18$) pour les problèmes plus faciles (*i.e.* ceux dont la réussite au pré-test dépasse 50 %) – [$t = 1.39$; $p < .18$ – cf. tab. 7b].

Tableau 7 — Distribution des fréquences des réussites et des entropies au pré-test et au post-test

7a – Pour les 14 problèmes les moins réussis au pré-test

<i>Problèmes</i>	<i>Réussite Pré-test</i>	<i>H pré-test</i>	<i>Réussite Post-test</i>	<i>H post-test</i>
Vincent	14,29%	0,59	26,79%	0,84
Gilles	11,61%	0,52	30,36%	0,89
Olivier	16,96%	0,66	33,93%	0,92
Laure	24,11%	0,80	35,71%	0,94
Charlotte	16,96%	0,66	36,61%	0,95
Bruno	15,18%	0,61	38,39%	0,96
Gerard	21,43%	0,75	42,86%	0,99
Michèle	29,46%	0,87	42,86%	0,99
Paul	35,71%	0,94	44,64%	0,99
Françoise	27,68%	0,85	46,43%	1,00
Emilie	27,68%	0,85	48,21%	1,00
Michel	28,57%	0,86	48,21%	1,00
Claire	50,00%	1,00	69,64%	0,89
Didier	48,21%	1,00	71,43%	0,86
	m1 =	0,78	m2 =	0,94
			t =	3,95 p. < .001

7a – Pour les 8 problèmes les mieux réussis au pré-test

<i>Problèmes</i>	<i>Réussite Pré-test</i>	<i>H pré-test</i>	<i>Réussite Post-test</i>	<i>H post-test</i>
Céline	56,25%	0,99	74,11%	0,83
Colette	65,18%	0,93	70,54%	0,87
Jacques	66,07%	0,92	57,14%	0,99
Nicole	66,96%	0,92	66,96%	0,92
Laurent	72,32%	0,85	63,39%	0,95
Florence	75,89%	0,80	76,79%	0,78
Christian	77,68%	0,77	79,46%	0,73
André	83,93%	0,64	89,29%	0,49
	m1 =	0,87	m2 =	0,82
			t =	1,39 p. < .18

Ainsi, nous pouvons considérer que le modèle théorique de l'hétérogénéité didactique que nous avons posé pour tenter de décrire les phénomènes de réduction ou d'accroissement des hétérogénéités coextensifs de l'enseignement, est compatible avec l'ensemble de nos résultats et ne peut donc ici être infirmé.

6. CONCLUSION

Les travaux déjà réalisés sur le contrat didactique dans ses rapports avec les difficultés scolaires en mathématiques (Brousseau, 1997 ; Perrin-Glorian 1993), ceux sur le contrat différentiel (Schubauer-Léoni, 1986a, 1986b, 1988), ceux sur la sensibilité au contrat didactique (Sarrazy, 1996, 1999), ou encore les recherches conduites dans une perspective anthropo-didactique (Clanché, Sarrazy, 2002), permettent d'attester clairement que la variété des situations didactiques et des contrats qu'elles

sollicitent est plus à même de rendre compte des variations intra-individuelles que les seules caractéristiques psycho-cognitives des élèves. D'autre part, même si l'on a pu montrer (Sarrazy, 1996) que certaines variables (comme les principes éducatifs parentaux ou les valeurs sous-tendues par les pratiques d'éducation familiale par exemple) pouvaient, sous certaines conditions didactiques et non-didactiques, engendrer des effets différenciateurs chez les élèves, notamment dans leur manière de s'inscrire dans une situation scolaire (manière d'interagir ou de se situer à l'égard des implicites du contrat didactique par exemple), les mêmes travaux ont pu aussi montrer que ces effets pouvaient se manifester de façons fort différentes selon les situations et les contextes d'enseignement. Autrement dit, le rabattement sur le sujet psychologique souvent opéré par la plupart des modèles de différenciation pédagogique conduit à passer sous silence, à tout le moins à minorer l'importance des conditions didactiques – et sur lesquelles le professeur peut effectivement agir. Ainsi, nos résultats, qui certes mériteraient d'être réexaminés sur une population plus importante, pourraient conduire à penser qu'une recherche, orientée par un souci légitime d'efficacité ou d'équité, relative à la gestion de l'hétérogénéité aurait tout à gagner à s'intéresser davantage aux conditions de l'organisation de ces situations et des contrats didactiques qu'elles permettraient de solliciter.

En tout état de cause, nous pensons avoir montré l'intérêt de mieux définir la notion d'hétérogénéité et de la spécifier disciplinairement pour comprendre les phénomènes d'enseignement ; nous avons aussi de bonnes raisons de croire que l'hétérogénéité didactique est une variable régulée par le processus d'enseignement ; l'enseignement produirait des hétérogénéités puis permettrait de les réguler par déplacement dans le sens d'une meilleure maîtrise des connaissances en jeu et selon leur degré de difficulté initial.

Enfin, quant à l'importance que nous pouvons accorder aux hétérogénéités exogènes dans l'enseignement des mathématiques, nous pensons qu'entre *l'indifférence aux différences*, pour reprendre ici la formule chère à Bourdieu, et leur stigmatisation par leur mise en forme scolaire, aussi euphémisée soit-elle par la noblesse qui s'affiche dans les intentions égalitaires que ces formes scolaires annoncent, il existe croyons-nous, une voie moyenne que la didactique pourrait ouvrir à tout le moins éclairer.

7. NOTES

¹ Cette question est souvent associée à celles des inégalités scolaires et aux types d'organisation des classes ou des systèmes éducatifs (souvent en liaison avec l'efficacité). On peut consulter par exemple l'ouvrage édité par Marsh et Langé (2000) qui réunit 10 pays sur le thème de l'apprentissage des mathématiques par les langues, qui évoque les hétérogénéités d'apprentissage des élèves. Concernant maintenant quelques travaux issus de diverses communautés cf. : pour l'Espagne, les actes des 8^{èmes} journées pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques (J.A.E.M., Salamanque 9, 10 et 11 septembre 1997). Pour la Belgique, cf. la table ronde « La gestion du cours de mathématiques : traitement de l'hétérogénéité », Acte du colloque du 5 au 8 novembre 1997 (Liège) « Etude comparative des dispositifs de pilotage valorisation des ressources scientifiques » (Février 1998) ; Crahay, 2000 ; Monseur, 1998 ; Meuret, 1998 et Zachary, 2001. Pour la Suisse (où la différenciation est précoce) voir Doudin, 1996, 1999. Aux Etats-Unis, il existe aussi une littérature importante ; on peut consulter par exemple les travaux de Slavin (1990). Pour l'Italie cf. D'Amore 1999 et enfin pour la République Tchèque J. Novotná, J. Hanusová, 2000.

² Comme en témoigne l'appel d'offre du CNCRE (*) intitulé : « Hétérogénéité des élèves et des étudiants, unité et diversité, de l'école à l'université » mai 1997. Voir aussi Duru-Bellat, Mingat (1997).

(*) Le CNCRE (Comité national de coordination de la recherche en éducation) est une institution existant depuis novembre 1996 ; elle est placée sous la direction du Ministère de la Recherche ; une de ses missions est d'identifier les thèmes et les problématiques sur lesquels les recherches doivent être menées en priorité.

³ Cf. par exemple le supplément n° 3 des *Cahiers pédagogiques* (1997) consacré à la Pédagogie différenciée.

⁴ L'usage dominant, qui s'est imposé en France dans les années 90, du terme " d'apprenant " (vs " élève ") constitue selon nous un indice manifeste de ces influences et de la focalisation aujourd'hui opérée sur le seul « sujet cognitif ».

⁵ Les " classes de niveaux " correspond à un mode de regroupement des élèves selon leur niveau scolaire (les résultats qu'ils ont précédemment obtenus soit lors d'une évaluation nationale, soit dans les classes précédentes).

En France, ce type de regroupement n'est pas officialisé mais cette pratique est néanmoins usuelle notamment au collège (élèves de 11 à 14 ans).

⁶ Nous emploierons *hétérogénéité* au sens défini dans les dictionnaires de langue : *Hétérogénéité*, dérivé du latin *heterogeneitas*, dérivé lui-même du grec *heterogenês* (*hétérogène* : " d'un autre genre, d'une autre espèce " *Robert Historique*) est employé pour désigner la qualité de ce qui est *hétérogène* (*Littré*) ; l'hétérogénéité correspond donc à la qualité de ce " qui n'est pas de la même nature qu'une autre chose " (*Littré, Robert*), " qui n'a pas d'unité " (*Robert*).

⁷ Par "niveaux scolaires" des élèves nous désignons les catégories généralement utilisées par les professeurs: "Bon élèves", "Elèves moyens", "Elèves faibles". Dans la suite de l'article, il désignera, la catégorie (" bons ", " moyens " et " faibles ") correspondante au score obtenu par l'élève au test d'acquisition scolaire (Benat, 1982). Comme nous l'expliquons en détail dans la section 3.1, les jugements portés par les professeurs sur le niveau de leurs élèves ne diffèrent pas de notre propre estimation.

⁸ Certains théoriciens de la différenciation pédagogique laissent croire qu'il existerait un dispositif optimal qui permettrait de gérer les hétérogénéités péri-didactiques, mais aucun à notre connaissance n'a vraiment abordé sérieusement cette terrible équation en prenant le risque de fixer explicitement un seuil au-delà duquel la décision du professeur " d'avancer " pourrait être considérée comme " moralement acceptable ".

⁹ Je suis ici redevable, en large part, à Guy Brousseau quant à la problématisation de la question des régulations des hétérogénéités didactiques ; le cadre théorique ici présenté s'inspire de celui qu'il avait défini pour étudier cette question dans un projet commun de recherche en réponse à l'Appel d'offres du CNCRE en 1997 déjà cité en note 2 (Projet LADIST (E.A. 502 MST), de l'Université Bordeaux 1 (1997) — *L'hétérogénéité : rôle de la régulation didactique et de la diversité des modes d'appropriation en sciences et en français.*)

¹⁰ En France, les " classes préparatoires " regroupent, juste après l'année du baccalauréat, les élèves qui ont obtenu d'excellents résultats au baccalauréat et durant leur scolarité, en vue de la préparation aux concours d'entrée aux Ecoles les plus prestigieuses (Ecole Nationale d'Administration, diverses écoles d'ingénieur, etc.). Le plus souvent, ils sont admis sur la base à la fois de leur résultat à l'examen et sur la qualité de leur dossier scolaire.

¹¹ Rappelons que le *contrat didactique* est défini par G. Brousseau comme étant " l'ensemble des comportements (spécifiques [des connaissances enseignées]) du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître. " (Brousseau, 1997). On peut aussi se reporter à la note de synthèse parue sur ce concept (Sarrazy, 1995) dans laquelle nous faisons apparaître les raisons de sa genèse, de son évolution dans le champ même de la didactique, mais aussi de son usage dans diverses communautés scientifiques.

¹² Le coefficient de corrélation partielle entre deux variables (prises parmi p variables) correspond à la mesure de la corrélation entre les résidus des régressions de ces 2 variables en fonction des $p-2$ autres.

¹³ Le modèle d'estimation des progrès utilisé ici est d'une construction complexe et ne peut être présenté en détail ici ; il est exposé dans Sarrazy (1996, pp.434-439). Précisons toutefois que la procédure utilisée (construction d'un modèle théorique) permet d'une part d'éviter les effets classiques de plafond ou de plancher et, d'autre part, nous autorise à affirmer que l'élève a progressé (régressé) au seuil de risque de 10 %.

¹⁴ Ces progrès ont été estimés par la méthode de l'écart-réduit, échantillons appareillés au seuil de risque 5 %.

¹⁵ Ces différences sont analysées en termes d'efficacité (comparaison des scores moyens entre le pré-test et le post-test) et d'équité (comparaison des scores moyens entre le pré-test et le post-test selon les niveaux des élèves) in Sarrazy 1996.

8. REFERENCES

Austin J. L.: 1970, *Quand dire, c'est faire*. Seuil. Paris.

Benat M.T.: 1982, '*Test d'acquisitions scolaires CE2 - CM 1 - CM 2*'. Edition du centre de psychologie appliquée. Paris.

Bressoux P.: 1990, 'Méthodes pédagogiques et interactions verbales dans la classe : Quel impact sur les élèves de CP ?' *Revue Française de Pédagogie*, 93, 17-26.

Brousseau G. : 1997, *Theory of Didactical situations in mathematics 1970-1990*, Kluwer Academic Publishers.

Brousseau G., Centeno J.: 1991, 'Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant.' *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11, 2-3, 167-210.

- Bru M.: 1991, *Les variations didactiques dans l'organisation des conditions d'apprentissage*. Ed. Universitaires du Sud, Toulouse.
- Crahay M. : 2000, *L'école peut-elle être juste et efficace ?* De Boeck Université, Bruxelles.
- Chevallard Y. : 1986, 'Vers une analyse didactique des faits d'évaluation' in J.-M. De Ketele (ed.), *L'évaluation : approche descriptive ou prescriptive ?* De Boeck. Bruxelles. 30-59.
- Clanché P., Sarrazy B.: 2002, 'Approche anthropo-didactique de l'enseignement d'une structure additive dans un cours préparatoire kanak', *Recherches en didactique des mathématiques*. (A paraître).
- D'amore B.: 1999, *Elementi di didattica della matematica*, [Premessa di C. Laborde], Pitagora Editrice, Bologna.
- Dabene M.: 1997, 'L'enseignement-apprentissage de l'écrit entre représentations et pratiques sociales'. *Colloque défendre et transformer l'école pour tous 3-4-5 octobre 1997*. Actes sur CD-Rom, Publications de l'IUFM d'Aix-Marseille, Marseille.
- Desclaux A.: 1996, 'Les pratiques d'enseignement en classes de CE2 : deuxième phase d'observation.' Note d'information 96.28. *Direction de l'évaluation et de la prospective*. Ministère de l'éducation nationale. Paris.
- Dictionnaire historique de la langue française*, sous la direction de A. Rey, Vol. I et II, 1992. Robert. Paris
- Doudin P.-A.: 1996, 'Elèves en difficultés: la pédagogie compensatoire est-elle efficace ?' *Psychoscope*, 9, 4-7. (Suisse)
- Doudin P.-A.: 1999, 'Homogénéiser la classe ou différencier l'enseignement', *Deux points : ouvrez les guillemets* [Revue de formation et d'échanges pédagogiques Département de la Formation et la Jeunesse du Canton de Vaud], 5, 4-7.
- Doyle W.: 1986, 'Paradigmes de recherche sur l'efficacité des enseignants.' In M. Crahay, D. Lafontaine (dir.), *L'art et la science de l'enseignement*. Labor, Bruxelles, 435-481.
- Duru-Bellat M., Mingat A.: 1997, 'La Gestion de l'hétérogénéité des publics d'élèves au collège'. *Rapport de recherche*, Fen. Unsa. (Fédération de l'Education Nationale – Union Nationale des Syndicats Autonomes). Paris.
- Grisay A.: 1994, 'Le fonctionnement des collèges et ses effets sur les élèves de sixième et de cinquième'. Note d'information 94.17. *Direction de l'évaluation et de la prospective*. Ministère de l'éducation nationale. Paris.
- Legrand L.: 1995, *Les différenciations de la pédagogie*. PUF, Paris
- Pédagogie différenciée: 1997, *Cahiers pédagogiques*. Supplément n° 3.
- Marchive A.: 1997, "L'interaction de tutelle entre pairs : approche psychologique et usage didactique", *Psychologie et éducation*, 30, 29-42.
- Mariette V.: 1996, 'Enquête sur le fonctionnement des écoles élémentaires' Note d'information 96.43. *Direction de l'évaluation et de la prospective*. Ministère de l'éducation nationale, Paris.
- Marsh D., Langé G. (eds): 2000, *Using languages to learn and learning to use languages*. Tie-Clil. Jyväskylä (Finlande).
- Mateo P.: 1994, 'Les modes de gestion de l'hétérogénéité du public d'élèves au cycle d'observation. Quelles pratiques pour quels effets ?' *Thèse de doctorat*. Université de Bourgogne.
- Meuret D. : 1998, 'Que serait un système éducatif juste ?' in *Acte du colloque du 5 au 8 nov. 1997 (Liège) " Etude comparative des dispositifs de pilotage valorisation des ressources scientifiques "* Axe 3 : La notion de justice dans les systèmes éducatifs et la gestion de l'hétérogénéité Février 1998. Liège.
- Ministère de l'Éducation nationale de la jeunesse et des sports, direction des écoles : 1991, *Les cycles à l'école primaire*, Hachette, CNDP, Paris.

- Ministère de l'Éducation Nationale: 1999, *Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale* supplément au n° 23 du 10 juin 1999.
- Mingat A., Duru-Bellat M.: 1997, 'La constitution de classes de niveau dans les collèges : les effets pervers d'une pratique à visée égalisatrice'. *Revue Française de sociologie*, 38 / 4, 754-789.
- Monseur C.: 1998, 'Quelques modalités de regroupement des élèves: équité et efficacité du regroupement'. in *Acte du colloque du 5 au 8 nov. 1997 (Liège) " Etude comparative des dispositifs de pilotage valorisation des ressources scientifiques "* Axe 3 : La notion de justice dans les systèmes éducatifs et la gestion de l'hétérogénéité Février 1998. Liège.
- Novotná J., Hanusová J.: 2002, 'Mathematics for all.' In : Cultural Diversity in Mathematics Education : CIEAEM 51. Chichester. Ed. A. Ahmed, J.M. Kraemer and H. Williams. Horwood Publishing Limited, Chichester, 355-360.
- Perrin-Glorian M.-J.: 1993, 'Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes 'faibles'', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13, 12, 5-118.
- Ponce C.: 1996, 'Pédagogie différenciée'. *Revue Française de Pédagogie*, 114, 97-102.
- Sarrazy B.: 1995, 'Le contrat didactique', *Revue Française de Pédagogie*, 112, 85-118.
- Sarrazy B.: 1996, *La sensibilité au contrat didactique : Rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 2.
- Sarrazy B.: 1997, 'Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques.' *Recherches en didactique des mathématiques*. 17, 2, 135-166.
- Sarrazy B.: 2001, 'Les interactions maître-élèves dans l'enseignement des mathématiques : Contribution à une approche anthro-didactique des phénomènes d'enseignement.' *Revue Française de Pédagogie*. Juil.- Août-Sept 2001.
- Sarrazy B.: 2001b, 'Interactions didactiques et genre de l'élève'. Communication au 4^{ème} Congrès International d'actualité de la recherche en éducation et en formation, Lille septembre 2001
- Schubauer-Léoni M.-L.: 1986a, 'Le contrat didactique : un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en Mathématiques.' *Journal Européen de psychologie de l'éducation*, 1/2, n° spécial, 139-153.
- Schubauer-Léoni M.-L.: 1986b, *Maître-élève-savoir : analyse psycho-sociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*. Thèse de Doctorat de la faculté de psychologie et des Sciences de l'Éducation de Genève.
- Schubauer-Léoni M.-L.: 1988, 'Le contrat didactique dans une approche psycho-sociale des situations d'enseignement', *Interactions didactiques*, Université de Neuchâtel, 8, 63-75.
- Slavin R. E.: 1990, 'Ability grouping and student achievement in secondary schools : A best evidence synthesis'. *Review of Educational Research*, 60, 471-499
- Stubbs M.: 1983, *Langage spontané, langage élaboré : parole et différences à l'école élémentaire*. Armand Colin Bourrelier. Paris.
- Vergnaud G., Durand C.: 1976, 'Structures additives et complexité psychogénétique.' *Revue Française de pédagogie*. 36, 28-43.
- Vergnaud, G.: 1982, 'A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems'. In T. Carpenter, T. Romberg, & J. Moser (Eds.), *Addition and Subtraction: A cognitive Approach* (pp. 39-58). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Vergnaud G.: 1983, *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Peter Lang, Berne.
- Zachary M.-D.: 2001, 'Structures scolaires et équité des systèmes d'enseignement en Europe', *Walonie*, 66/93-102.

ANNEXE

Tableau C : Problèmes de type TXT : Recherche de la seconde transformation (T_2)

	TXT(1)		TXT(2)	
	$T_1 > 0 \quad T_c > 0$	$T_1 < 0 \quad T_c < 0$	$T_1 > 0 \quad T_c < 0$	$T_1 < 0 \quad T_c > 0$
$ T_1 > T_c $	Nicole (NIC) G9XG5 P4 n°19	Didier (DID) P7XP4 G3 n°8	Vincent (VIN) G8XP2 P10 n°22	Charlotte (CHA) P7XG3 G10 n°4
$ T_1 < T_c $	Christian (CHR) G5XG9 G4 n°5	Jacques (JAC) P5XP8 P3 n°14	Olivier (OLI) G2XP3 P5 n°20	Emilie (EMI) P3XG7 G10 n°9

Autor : Bernard SARRAZY

Laboratoire DAEST

Didactique et Anthropologie des Enseignements des Sciences et Techniques

Université Victor Segalen - Bordeaux 2

E-mail : Bernard.Sarrazy@sc-educ.u-bordeaux2.fr

Adresse personnelle :

44, quai des roches

17100 Saintes

France

Tél : 00.33.(0)5.46.95.09.70 Fax : 00.33.(0)5.46.95.09.70