

# PROJET DE SPÉCIALITÉ DU MASTER DE MATHÉMATIQUES. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE & ANALYSE STATISTIQUE

## Porteurs du projet

- Marc ARNAUDON, professeur des universités, responsable des relations avec les entreprises.  
arnaudon@math.univ-poitiers.fr
- Anthony PHAN, maître de conférences, responsable pédagogique.  
phan@math.univ-poitiers.fr
- Hervé SABOURIN, maître de conférences, responsable des relations avec les entreprises.  
sabourin@math.univ-poitiers.fr
- Abderrazak BOUAZIZ, professeur des universités, directeur du laboratoire de Mathématiques et Applications de l'université de Poitiers.  
bouaziz@math.univ-poitiers.fr

Laboratoire de Mathématiques, SP2MI,  
Téléport 2,  
Boulevard Marie et Pierre Curie,  
BP 30 179 – 86 962 Futuroscope cedex  
Tél : 05.49.49.69.00  
Fax : 05.49.49.69.01

## Introduction

L'introduction d'une filière professionnelle dans le cadre du Master de Mathématiques de l'université de Poitiers est motivé, d'une part par les exigences de professionnalisation des formations universitaires au niveau national, et d'autre part, et surtout, par la nécessité de la présence de professionnels au niveau bac + 5 dans de nombreux secteurs de l'industrie, des services et des collectivités locales ayant des *compétences* sérieuses en Mathématiques, et en particulier en Probabilités et Statistiques.

Ces *compétences* sont celles d'un ingénieur mathématicien *polyvalent* ayant une forte culture en ce qui concerne les Probabilités, la Statistique et leurs principaux domaines d'application (Mathématiques Financières, Biostatistique, Gestion du Risque, Traitement du Signal et des Images), ainsi que du traitement pratique et de la synthèse de données. Un fort accent est mis sur les aspects numériques : programmation, simulation, utilisation de logiciels de Statistique, de bases de données.

Les *débouchés professionnels* sont ceux qui correspondent aux compétences sus-mentionnées, et — étant donnée la polyvalence attendue — ne sont pas uniquement dirigés vers les Mathématiques Financières, la Biostatistique ou la Gestion du Risque, puisque des formations dédiées à chacun de ces thèmes existent déjà dans le pôle auquel appartient l'université de Poitiers, bien qu'elles ne s'inscrivent pas nécessairement dans le cadre d'une formation mathématique.

## 1. Objectifs

### 1.1. OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES

Ce Master est destiné à former des ingénieurs mathématiciens polyvalents ayant, en particulier, une solide formation en Probabilités et Statistique. L'enseignement de Probabilités met l'accent sur :

- *la modélisation stochastique* en temps discret et continu (processus stochastiques, martingales, chaînes de Markov, chaînes de Markov cachées, chaînes semi-markoviennes, intégration et équations différentielles stochastiques) ;
- *la simulation aléatoire* (bases de la génération de nombres au hasard, algorithme de Metropolis) et l'utilisation de méthodes probabilistes pour le calcul scientifique et l'optimisation (entre autres, la méthode de Monte Carlo, le recuit simulé, les algorithmes génétiques).

L'enseignement de Statistique met l'accent sur :

- *l'extraction d'informations* (statistique descriptive, data mining) ;
- *l'aide à la décision* (statistique inférentielle, minimisation des coûts, analyse de risque) ;

Ces dominantes sont complétées par :

- des enseignements de Mathématiques principalement orientés vers la compréhension, la réalisation et la mise en œuvre des technologies et modèles mathématiques ;
- des enseignements d'ouverture, en particulier à l'entreprise et à la vie professionnelle ;
- des enseignements de spécialisation approfondissant des thématiques abordées dans les cours antérieurs (Mathématiques financières, Biostatistiques, Gestion du Risque, Traitement du Signal et des Images).

L'utilisation de logiciels professionnels pour l'analyse statistique, la gestion de bases de données, et aussi la programmation, sont mis en avant.

### 1.2. OBJECTIFS PROFESSIONNELS

L'insertion professionnelle visée par cette formation concerne toutes les structures nécessitant l'expertise d'un ingénieur mathématicien, et de ses capacités à établir des modèles, à comprendre ceux qui existent et interpréter leurs prédictions, et à valoriser des données selon des méthodes statistiques, à savoir :

- les institutions publiques ;
- les bureaux d'études et les sociétés de consultants ;
- les banques ;
- les entreprises de haute technologie ;
- les laboratoires de Recherche ;
- les grandes entreprises ;
- la grande distribution ;
- les compagnies de télécommunications ;

Les métiers visés sont des « métiers d'interface » entre les différents acteurs d'une même entreprise ou d'une même administration, ainsi que les métiers d'ingénieurs en Recherche et Développement.

## 2. Admission

L'admission se fait sur la base d'une Licence de Mathématiques Générales, qu'elle soit orientée vers la préparation aux concours de recrutement dans le second degré, ou vers les applications informatiques ou physiques. L'obtention d'un module de probabilités correspondant au programme du CAPES est une chose *nécessaire* à cette admission.

Les modalités de cette admission sont la présentation d'un dossier détaillant le cursus universitaire et l'exposé des motivations du candidat, suivi, si le dossier est retenu, d'un entretien où, notamment, les capacités de communication du candidat seront évaluées.

## 3. Organisation de la formation

### 3.1. PREMIER SEMESTRE

*Probabilités, généralités (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits<sup>1</sup>)*. Cadre probabiliste, tribus et conditionnement, vecteurs gaussiens et lois dérivées, convergences en loi, en probabilité, presque-sûre, théorèmes limite. Générateurs aléatoires, simulations, méthode de Monte-Carlo en langage C/C++, exportation de données et analyse avec le logiciel SAS ou R.

*Statistique descriptive (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits)*. Problématique des études statistiques ; échantillonnage, sondages ; réduction des données, représentations graphiques ; statistiques numériques, régression, analyse en composantes principales, analyse factorielle des correspondances, analyse factorielle discriminante. Travaux pratiques : statistiques descriptives de données (logiciel SAS ou R).

*Analyse hilbertienne (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits)*. Espaces de Hilbert ; fonction d'une variable complexe ; calcul symbolique (distributions), théorie de Fourier, transformation de Laplace, ondelettes ; liens avec la théorie des probabilités. Travaux pratiques : illustrations numériques avec MAPLE ou MATLAB.

*Algorithmique et bases de données (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits)*.

*Algorithmique (40h [c16, td16, tp8])*. Représentations des nombres et leurs arithmétiques, algorithmes fondamentaux (calcul, tri, rangement) et complexité, codage, information, entropie. Travaux pratiques en langage C/C++.

*Bases de données (20h [c8, td8, tp4])<sup>2</sup>*. Introduction aux bases de données, apparition et rôle dans le monde professionnel, principaux logiciels de gestion de base de données (ACCESS, ORACLE, MYSQL), systèmes experts, data mining, question des données manquantes.

*Autres modules (60h)*.

- *Anglais (20h, 2 crédits)*.
- *Méthodologie (24h [c16, tp8], 2 crédits), méthodes matricielles*. Résolution de systèmes linéaires, décomposition LU, recherche de valeurs propres ; systèmes d'équations non linéaire. Travaux pratiques avec SCILAB.
- *Préparation à la vie professionnelle (16h, 2 crédits)*.

---

1. ECTS, European Credit Transfer System.

2. Enseignement assuré par un professionnel.

## 3.2. SECOND SEMESTRE

*Probabilités, processus à temps discret (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits).* Chaînes de Markov à espace d'états dénombrable, chaînes de Markov cachées, martingales dans  $\mathbf{R}^n$ , files d'attente, optimisation stochastique. Travaux pratiques : simulations en langage C/C++, analyse avec le logiciel SAS ou R.

*Statistique inférentielle (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits).* Estimation ponctuelle et par intervalles (fiabilité, risques) ; théorie des tests, lemme de Neyman–Pearson, maximum de vraisemblance, tests pour des lois gaussiennes, tests paramétriques, non paramétriques, univariés et multivariés. Travaux pratiques : estimation et tests avec le logiciel SAS ou R, applications à la biostatistique et aux statistiques industrielles.

*Équations aux dérivées partielles (60h [c24, td24, tp12], 6 crédits).* Équations différentielles et aux dérivées partielles, équations classiques issues de la Physique et de la Biologie, méthodes numériques. Travaux pratiques : mise en œuvre en C/C++, puis avec MAPLE, MATLAB, ou SCILAB.

*Optimisation et Théorie des Graphes (60h [c24, td24, tp12]).*

- *Optimisation (30h [c12, td12, tp6]).* Optimisation sans contrainte, avec contrainte ; programmation linéaire et applications en finance.
- *Théorie des Graphes (30h [c12, td12, tp6]).* Théorie des graphes, optimisation discrète.

Cet enseignement pourra être remplacé par l'étudiant par un, ou des, cours de M1 de volume horaire comparable (en Mathématiques, Informatique, Physique, Biologie, Économie, etc.) après agrément des responsables des études.

*Autres modules (60h).*

- *Anglais (20h, 2 crédits).*
- *Méthodologie (24h [c16, tp8], 2 crédits), modélisation mathématique pour l'industrie.* Interpolation, courbes et surfaces de Bezier, splines ; interventions extérieures sur la conception assistée par ordinateur.
- *Préparation à la vie professionnelle (20h, 2 crédits).*

## 3.3. TROISIÈME SEMESTRE

*Probabilités, théorie des processus à temps continu (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Processus de Markov, martingales, mouvement brownien, calcul stochastique, mouvement brownien fractionnaire. Travaux pratiques : simulations et adéquation avec des données spatio-temporelles en langage C/C++ et avec le logiciel SAS ou R.

*Filtrage et Séries temporelles<sup>3</sup> (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Filtrage des signaux aléatoires stationnaires, formule des interférences, filtrage de Wiener, filtrage de Kalman ; séries temporelles, modèles (AR, MA, ARMA, ARIMA, ARMAIX), modélisation ; applications à la prévision, la gestion du risque, au contrôle de qualité, à la fiabilité, à la commande optimale et à la compression de signaux.

*Traitement de l'Information (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Théorie du signal, représentation de l'information et modèles stochastiques, codes correcteurs, compression de données et de signaux, transformations spatio-fréquentielles, multi-échelle/multi-résolution, fusion de données.

---

3. Enseignement effectué pour moitié par le département EEA.

*Cours de spécialisation.* Un enseignement choisi parmi ceux qui suivent.

- *Mathématiques financières (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Vocabulaire des marchés financiers, stratégies auto-financées, marchés viables, options européennes, options répliquables dans un marché viable, marchés complets, prix et couverture d'une option européenne dans un marché complet ; le modèle de Cox–Ross–Rubinstein, description, viabilité et complétude, calculs explicites ; les options américaines, définition, valeur, comparaisons des options américaines et européennes, prix et couverture d'un put dans le modèle C.R.R. ; la formule de Black et Scholes, taux d'intérêt instantanés, une suite de processus de Cox–Ross–Rubinstein, les formules de Black et Scholes.
- *Mathématiques pour la biologie et la médecine (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Modèles déterministes, systèmes dynamiques ; modèles aléatoires, tests cliniques.
- *Gestion du risque (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Risque industriel, en Assurances, Actuariat.
- *Plans d'expérience (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Analyse de la variance ; plans carrés latins, plans gréco-latins ; plans factoriels, plans fractionnaires, plans composites centrés ; méthode des surfaces de réponse ; plans orthogonaux, plans pivotables, plans optimaux ; plans de mélange.
- *Traitement de l'Image<sup>4</sup> (48h [c18, td18, tp12], 6 crédits).* Les signaux et images multisources et multicomposantes, les images multi-spectrales, spécificités des images couleur ; éléments de reconnaissance des formes ; segmentation et fusion de données pour les images multispectrales ; segmentation 3D et suivi du mouvement ; application à l'indexation par le contenu de bases de signaux et images ; les descripteurs invariants, topologiques, géométriques, moments de Hu et Zernicke, descripteurs de Fourier et Mellin–Fourier ; transformée de Hough, la transformée de Radon discrète.

*Autres modules (48h).*

- *Anglais (16h, 2 crédits).* Préparation au TOEIC.
- *Méthodologie (16h, 2 crédits) pour l'ingénieur mathématicien.* Interventions extérieures et groupes de travail autour des problèmes présentés.
- *Préparation à la vie professionnelle (16h, 2 crédits).*

### 3.4. QUATRIÈME SEMESTRE

*Stage de 4 à 6 mois en entreprise (24 crédits).*

*Préparation à la vie professionnelle (30h, 3 crédits).*

*Préparation à la vie professionnelle disciplinaire (30h, 3 crédits).*

## 4. Modalités d'évaluation

L'ensemble des crédits est de 120. Leur répartition est indiquée dans la section *Organisation de la formation*.

Le diplôme de Master de Mathématiques mention « Modélisation Mathématique et Analyse Statistique » est délivrable quand :

- l'étudiant a obtenu au moins la moyenne imposée à chacune des unités d'enseignement ;

---

4. Enseignement mutualisé avec le M2 STIC.

- il a satisfait à l'obligation de stage professionnel (de 4 à 6 mois à temps plein) ;
- il a rédigé et soutenu son mémoire.